

**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 18.10.2024

Parte I - Testo I

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

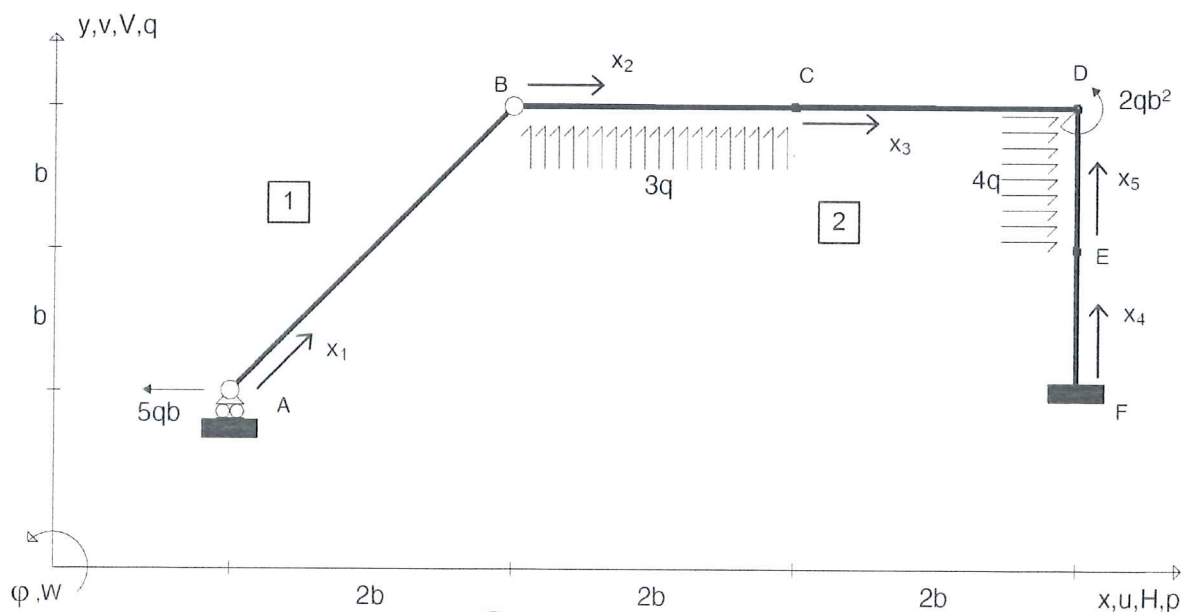
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1 (17 punti)**

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 18.10.24\*001



Eq. ausiliarie  $M_{z(B)}^{(1)} = 0$  oppure  $M_{z(B)}^{(2)} = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento  $M_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in  $A$ ) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $ABC$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $CD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $B$ ,  $M_B$ .

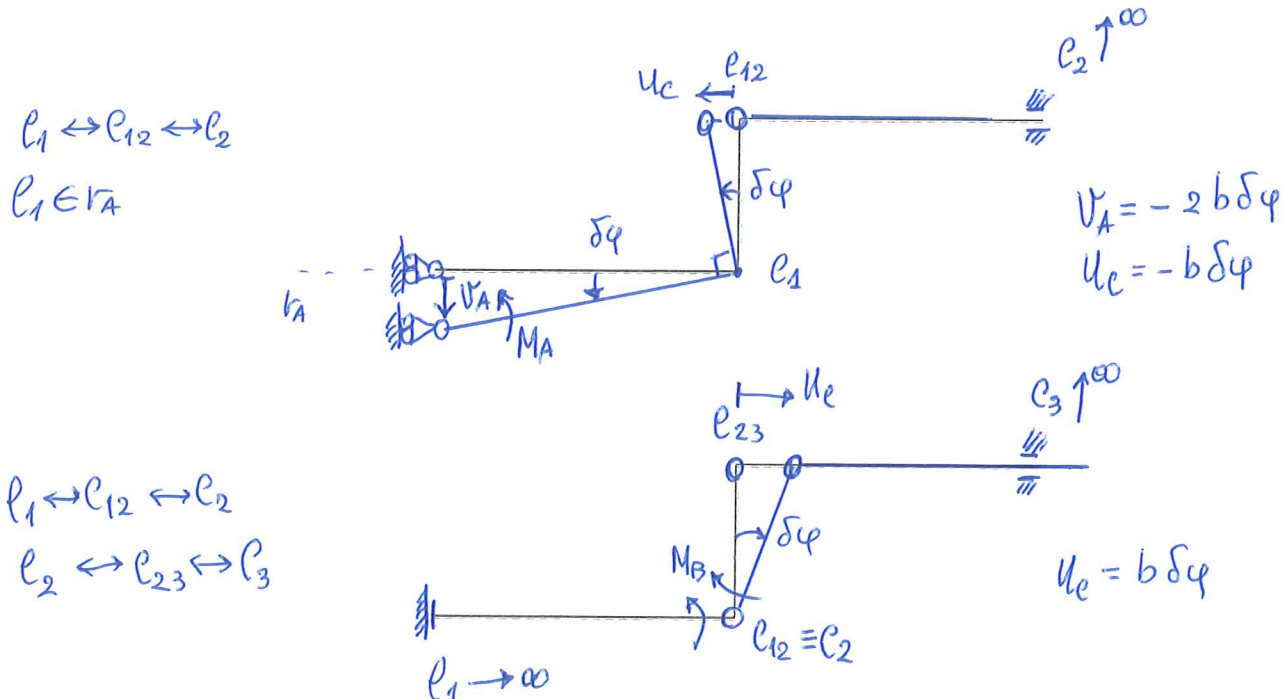
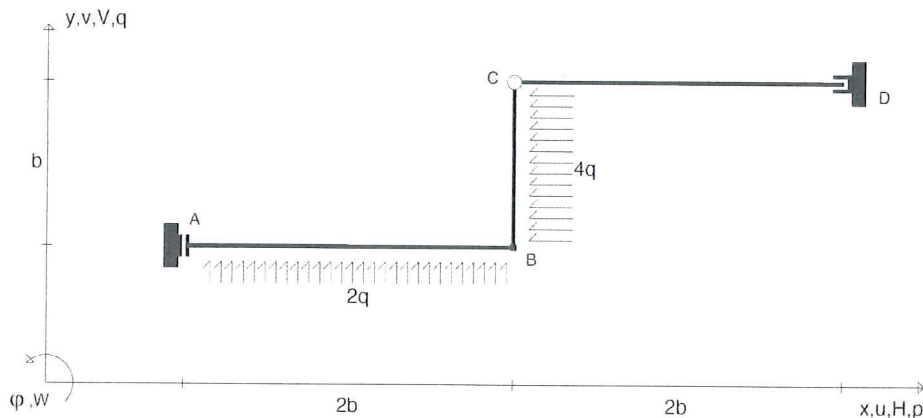
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 18.10.24\*003



$$M_A(\hat{x}) = \frac{2qb^2}{3}; C_1 = \left(\frac{2b}{3}, 0\right); C_2 = (\infty, \infty); C_{12} = \left(\frac{2b}{3}, b\right);$$

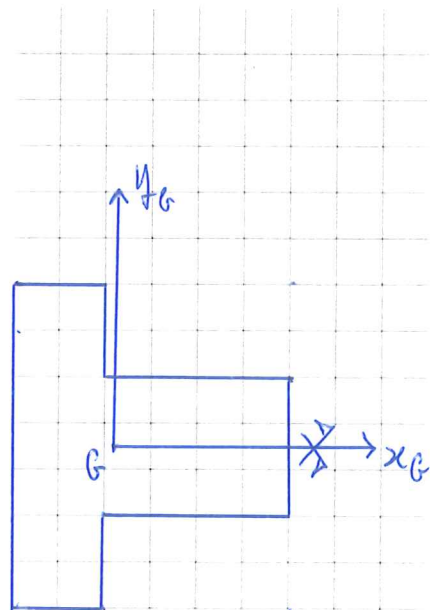
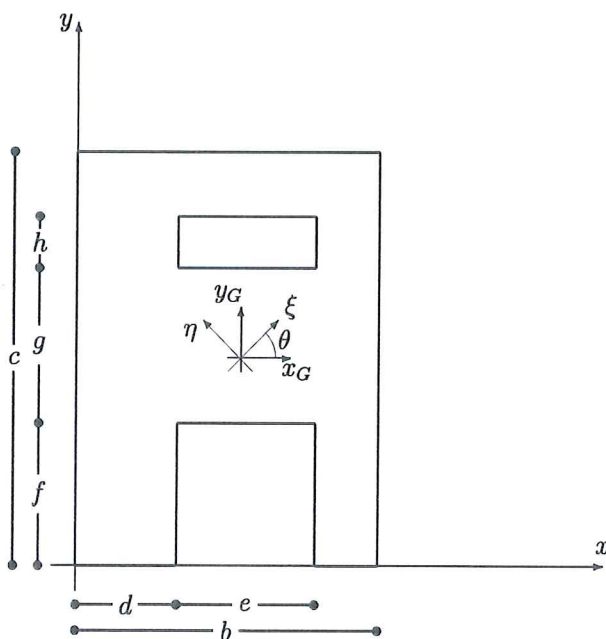
$$v_A = -\frac{2b\delta q}{3}; u_C = -b\delta q;$$

$$M_B(\hat{x} \square \hat{x}) = \frac{2qb^2}{3}; v_A = 0; u_C = b\delta q;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = ca$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 2a$ ;  $e = 4a$ ;  $f = 2a$ ;  $g = 3a$ ;  $h = 2a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



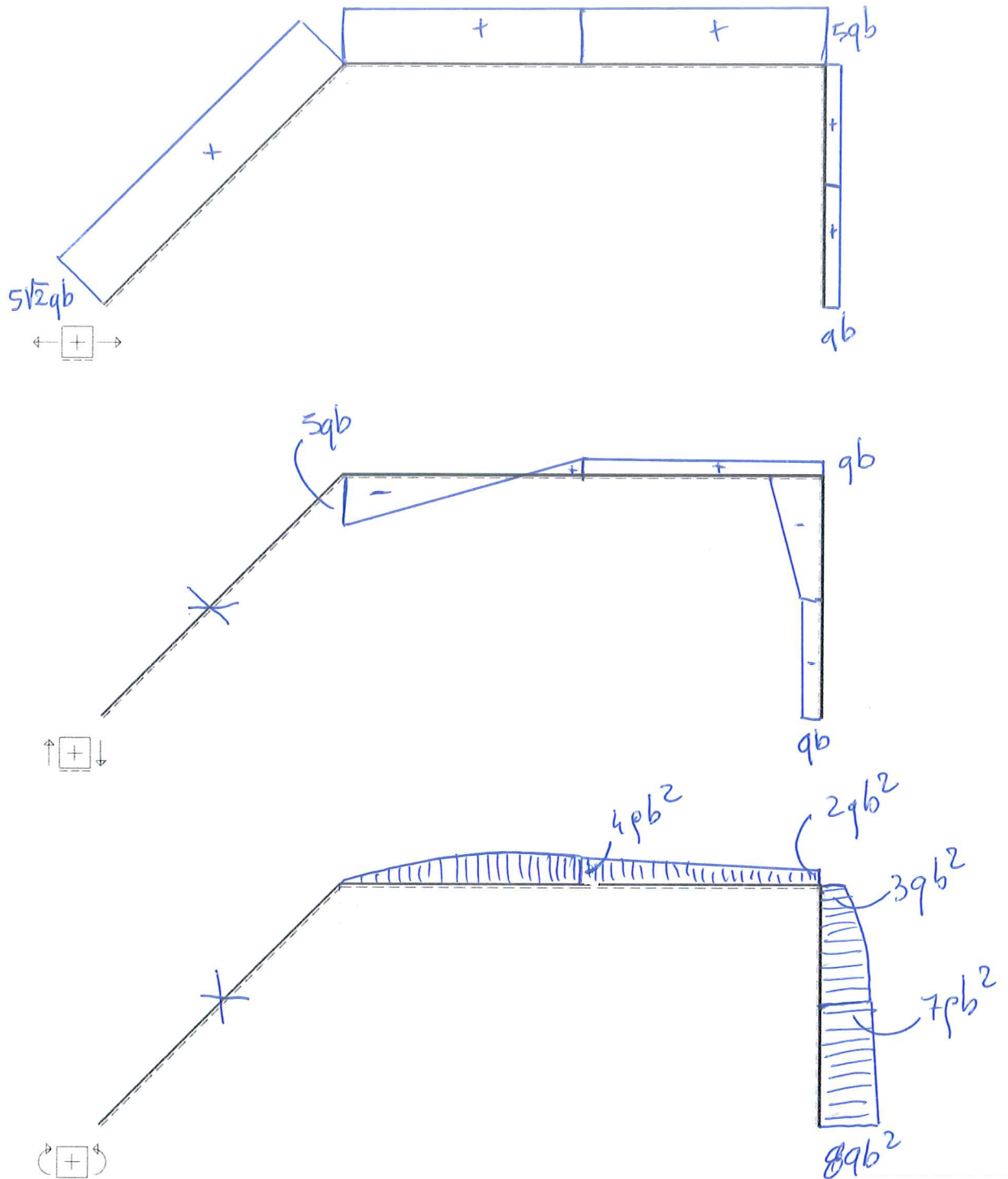
$$S_x = 91a^3; S_y = 62a^3;$$

$$x_G = \frac{31}{13}a = 2.3846a; y_G = \frac{7}{2}a = 3.5000a;$$

$$J_{xG} = \frac{397}{6}a^4 = 66.1667a^4; J_{yG} = \frac{3074}{39}a^4 = 78.8205a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{3074}{39}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{397}{6}a^4;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\hat{u}) &= -5qb; & H_F(\hat{v}) &= qb; & V_F(\hat{u}) &= -qb; & M_F(\hat{\varphi}) &= -8qb^2; \\
 N_{AB} &= 5\sqrt{2}qb; & T_{AB} &= 0; & M_{AB} &= 0; \\
 N_{BC} &= 5qb; & T_{BC} &= -5qb + 3qx_2; & M_{BC} &= -5qb x_2 + \frac{3}{2}qx_2^2; \\
 N_{CD} &= 5qb; & T_{CD} &= qb; & M_{CD} &= -4qb^2 + qb x_3; \\
 N_{FE} &= qb; & T_{FE} &= -qb; & M_{FE} &= -8qb^2 + qb x_4; \\
 N_{ED} &= qb; & T_{ED} &= -qb - 4qx_5; & M_{ED} &= -7qb^2 + qb x_5 + 2qx_5^2;
 \end{aligned}$$



**CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI**

A.A. 2024-2025

Esame scritto del 18.10.2024

Parte 1 - Testo 2

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.*

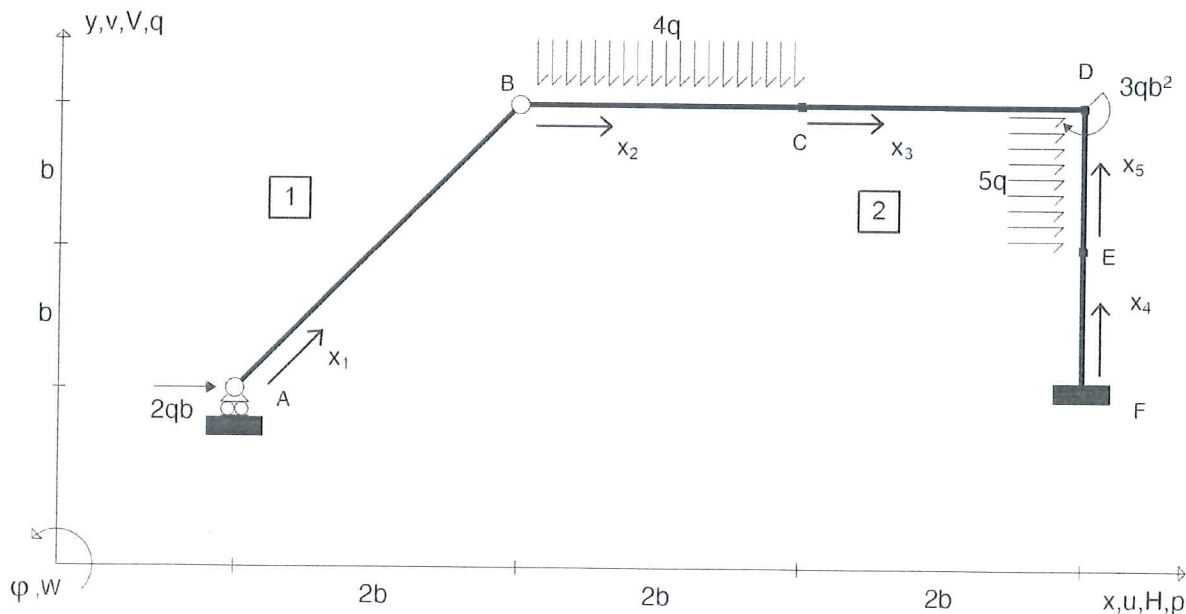
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 18.10.24\*002



Eq. ausiliarie  $M_z^{(1)}(B) = 0$  oppure  $M_z^{(2)}(B) = 0$

## Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento  $M_A$  applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta  $ABC$ ),  $C_1$ , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta  $CD$ ),  $C_2$ , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi,  $C_{12}$ ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto  $B$ ,  $M_B$ .

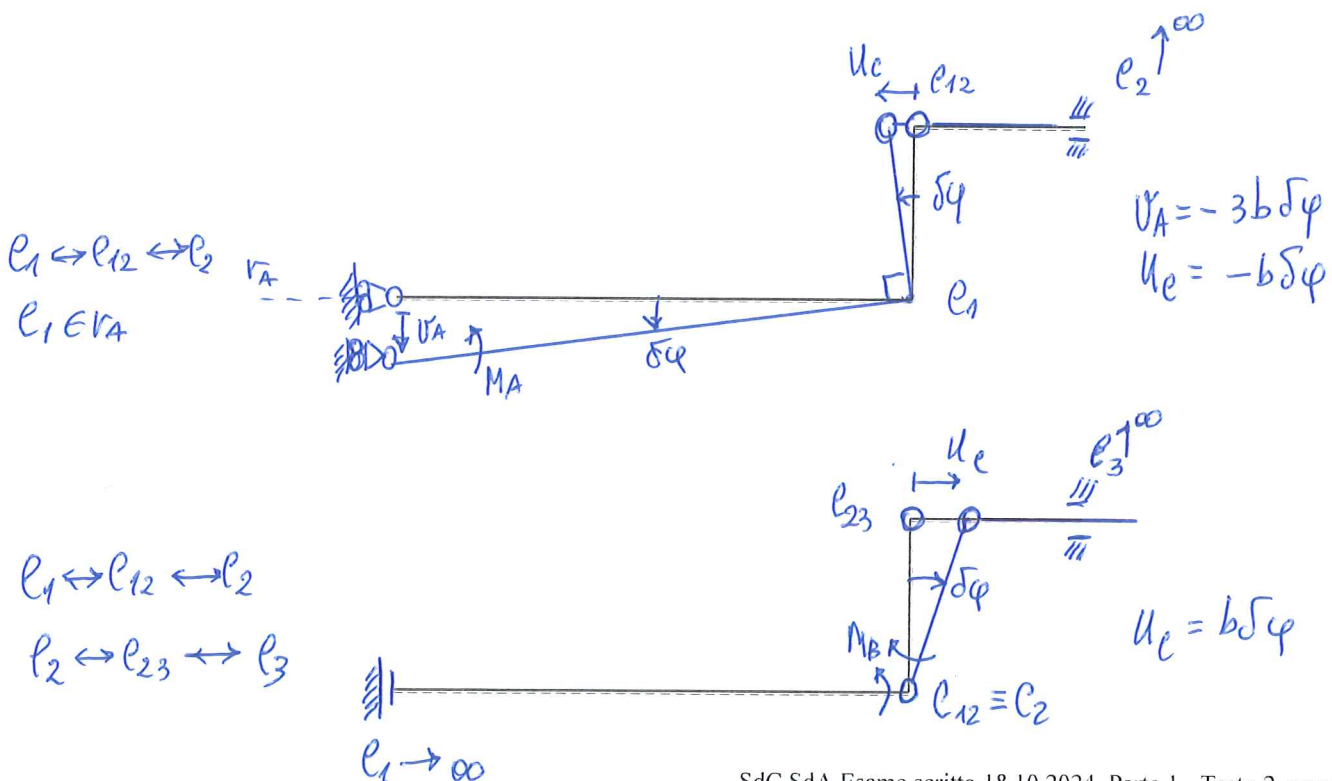
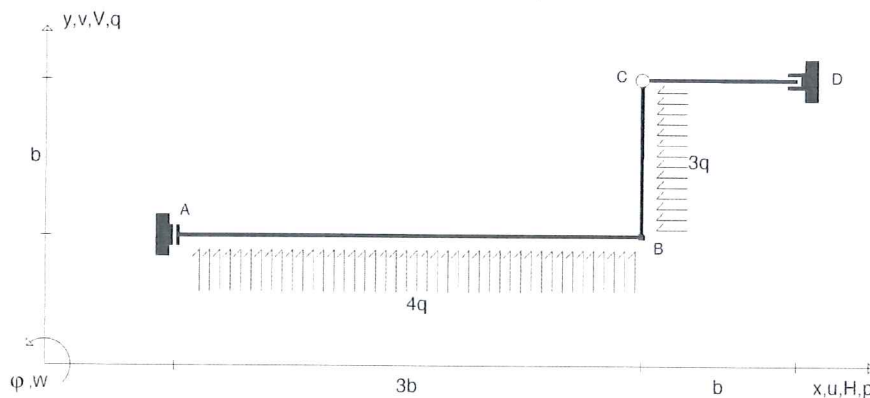
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente verticale dello spostamento virtuale del punto  $A$ ,  $v_A$ , e quella orizzontale dello spostamento virtuale del punto  $C$ ,  $u_C$ .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma:  $(\infty, m)$ , dove  $m$  è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 18.10.24\*004



$$M_A(\varphi) = \dots\dots\dots 33/2 qb^2 \dots\dots\dots; C_1 = (\dots\dots\dots 3b \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots); C_2 = (\dots\dots\dots 00 \dots\dots\dots 00 \dots\dots\dots); C_{12} = (\dots\dots\dots 3b \dots\dots\dots b \dots\dots\dots);$$

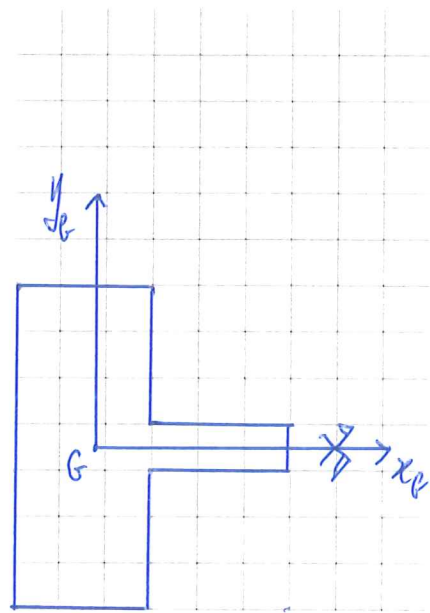
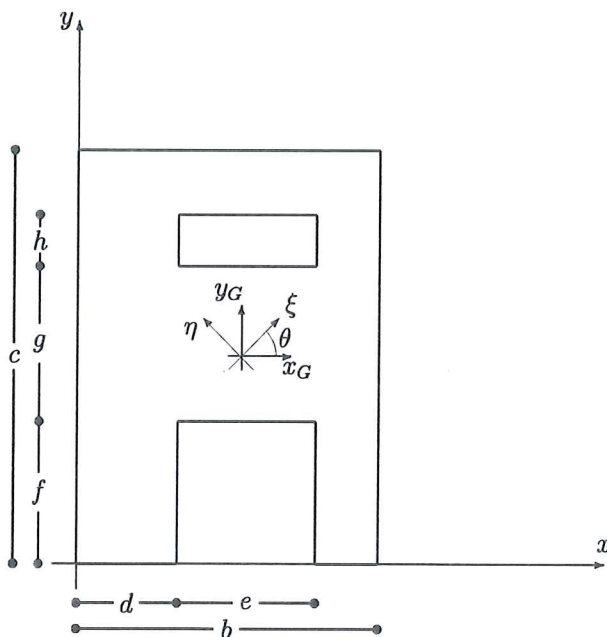
$$v_A = \dots\dots\dots -3b\delta\varphi \dots\dots\dots; u_C = \dots\dots\dots -b\delta\varphi \dots\dots\dots;$$

$$M_B(\varphi) = \dots\dots\dots 3/2 qb^2 \dots\dots\dots; v_A = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; u_C = \dots\dots\dots b\delta\varphi \dots\dots\dots;$$

### Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti:  $b = ca$ ;  $c = 7a$ ;  $d = 3a$ ;  $e = 3a$ ;  $f = 3a$ ;  $g = a$ ;  $h = 3a$  si richiede di:

- calcolare i momenti statici,  $S_x$  e  $S_y$  (rispetto agli assi  $x$  e  $y$  indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro  $x_G$  e  $y_G$  rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia  $J_{xG}$  e  $J_{yG}$  e il momento centrifugo  $J_{xGyG}$  rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia,  $J_\xi = J_{\max}$  e  $J_\eta = J_{\min}$  rispetto agli assi centrali d'inerzia,  $\xi$ ,  $\eta$ ;
- calcolare la tangente trigonometrica,  $\tan 2\theta$ , del doppio dell'angolo  $\theta$  formato dagli assi  $x_G$  e  $\xi$ .



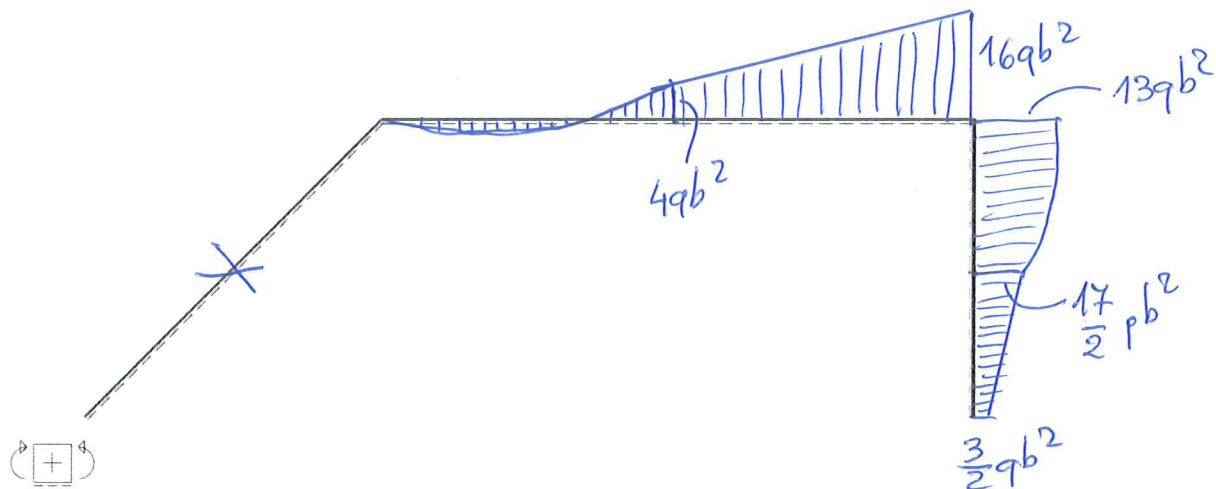
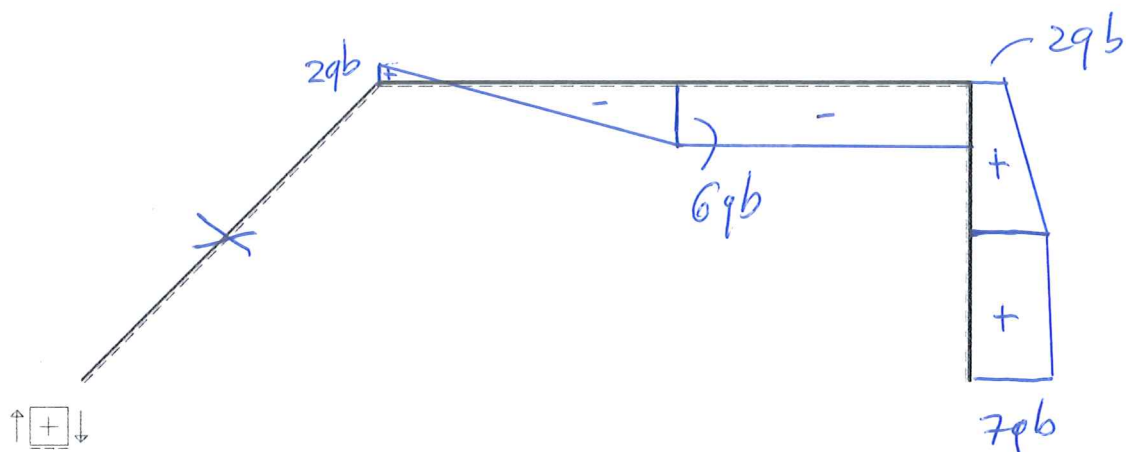
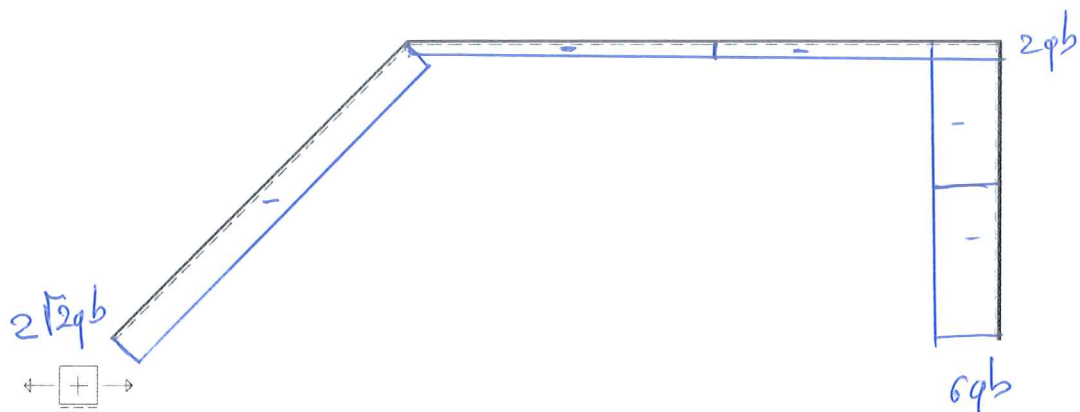
$$S_x = \dots\dots\dots 84a^3 \dots\dots\dots; S_y = \dots\dots\dots 45a^3 \dots\dots\dots;$$

$$x_G = \dots\dots\dots 15/8 a = 1.8750 a \dots\dots\dots; y_G = \dots\dots\dots 7/2 e = 3.5000 a \dots\dots\dots;$$

$$J_{xG} = \dots\dots\dots 86a^4 \dots\dots\dots; J_{yG} = \dots\dots\dots 333/8 a^4 = 41.6250 a^4 \dots\dots\dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots; \tan 2\theta = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots\dots\dots 86a^4 \dots\dots\dots; J_\eta = J_{\min} = \dots\dots\dots 333/8 a^4 \dots\dots\dots;$$



$$\begin{aligned}
 V_A(\uparrow) &= 2qb; & H_F(\rightarrow) &= -7qb; & V_F(\uparrow) &= 6qb; & M_F(\curvearrowright) &= -\frac{3}{2}qb^2; \\
 N_{AB} &= -2\sqrt{2}qb; & T_{AB} &= 0; & M_{AB} &= 0; \\
 N_{BC} &= -2qb; & T_{BC} &= 2qb - 4qx_2; & M_{BC} &= 2qb x_2 - 2qx_2^2; \\
 N_{CD} &= -2qb; & T_{CD} &= -6qb; & M_{CD} &= -4qb^2 - 6qb x_3; \\
 N_{FE} &= -6qb; & T_{FE} &= 7qb; & M_{FE} &= -\frac{3}{2}qb^2 - 7qb x_4; \\
 N_{ED} &= -6qb; & T_{ED} &= 7qb - 5qx_5; & M_{ED} &= -\frac{17}{2}qb^2 - 7qb x_5 + \frac{5}{2}qx_5^2;
 \end{aligned}$$